

SKRIVTID: 9-14, HJÄLPMEDEL: *Beta* (eller *Phys. HandBook*), formelsamling, miniräknare. **MOTIVERA** ALLA LÖSNINGAR NOGGRANT.

POÄNGGRÄNSER: 3 18–24p, 4 25–31p, 5 32–40p. Varje uppgift är värd 8p.

1. Finn en funktion f som för $t \geq 0$ uppfyller $f(t) = 1 + \int_0^\infty f(t-u) \sin(u) du$.

2. Definiera begreppen *stabilitet* och *impulssvar* för en differensekvation och avgör för vilka reella a som nedanstående differensekvation är stabil.

$$y(n+2) - (a+1)y(n+1) - (a+2)y(n) = u(n)$$

3. (a) Visa att en udda funktions Fourierserie måste vara en sinusserie och bestäm den 2π -periodiska Fourierserien till den funktion som är lika med $x^3 - \pi^2 x$ på intervallet $-\pi < x \leq \pi$.

(b) Beräkna (med hjälp av Fourierserien) $1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \dots$.

4. (a) Beräkna Fouriertransformen till $(1-x^2)(\theta(x+1) - \theta(x-1))$ där θ betecknar Heavisidefunktionen.

(b) Använd resultatet i (a) för att beräkna integralen $\int_0^\infty \left(\frac{x \cos(x) - \sin(x)}{x^3} \right) \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx$.

5. Lös värmeledningsekvationen $\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}$ för en tråd av längd π vars temperatur i begynnelsen ($t=0$) ges av $x^2 \sin(x) - x + \pi$ och vars ändpunkter hela tiden hålls vid konstant temperatur: $u(0, t) = \pi$, $u(\pi, t) = 0$.